Bordeaux 2000

L'unité graphique est le centimètre. La figure sera réalisée sur papier quadrillé.

Partie 1

1) Tracer un segment $[AB]$ tel que $AB = 12$ et placer le point H du segment $[AB]$ tel que $AH = 1$.
Tracer un demi-cercle de diamètre $[AB]$ et la perpendiculaire en H à la droite (AB). On désigne par C leur point d'intersection.

2) Quelle est la nature du triangle ABC ?

3) Exprimer, de deux façons, le cosinus de l'angle $\widehat{BAC}$ et en déduire que $AC = 2\sqrt{3}$.
Donner la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAC}$.

Partie 2

1) **a)** Placer le point D de la droite (BC) tel que B, C et D soient dans cet ordre et que $CD = 6$.

b) Calculer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{ACD}$ et la valeur exacte de la longueur AD.

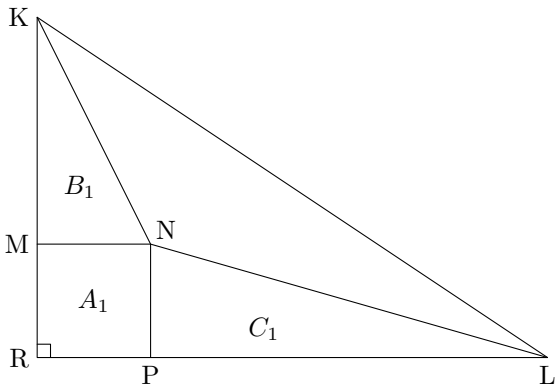
2) **a)** Placer le point E du segment $[AD]$ tel que $AE = 2$, et le point F du segment $[AC]$ tel que $\widehat{AEF} = 30^\circ$.

b) Démontrer que les droites (EF) et (DC) sont parallèles.

c) Calculer la longueur AF.

3) La droite (EF) coupe la droite (CH) en K.
Démontrer que le point K appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$.

Caen 2000



RKL est un triangle rectangle en R, avec $RK = 6cm$ et $RL = 9cm$.
M est un point quelconque du côté $[RK]$. On pose $RM = x$ (x en centimètres).
P est le point du segment $[RL]$ tel que $RP = RM = x$.
On place alors le point N pour que $RMNP$ soit un carré.

1) Dans cette question, $x = 2$. On obtient la figure ci-dessus ; on remarque que le point N se trouve à l'intérieur du triangle RKL.

a) Calculer l'aire du triangle RKL.

b) Calculer l'aire A_1 du carré $RMNP$.
Calculer l'aire B_1 du triangle KMN.
Calculer l'aire C_1 du triangle NPL.
Calculer $A_1 + B_1 + C_1$. Vérifier que l'aire du quadrilatère $RKNL$ est inférieure à l'aire du triangle RKL.

2) Dans cette question, $x = 5$.

a) Faire une figure précise.

b) Où se trouve maintenant le point N par rapport au triangle RKL ?

c) On appelle maintenantA_2 l'aire du carré $RMNP$, B_2 l'aire du triangle KMN et C_2 l'aire du triangle NPL.
Calculer ces trois aires et vérifier que l'aire de $RKNL$ est supérieure à celle du triangle RKL.

3) On prend maintenant x quelconque.

a) Calculer l'aire A_3 du carré $RMNP$ en fonction de x.
Calculer l'aire B_3 du triangle KMN en fonction de x.
Calculer l'aire C_3 du triangle NPL en fonction de x.

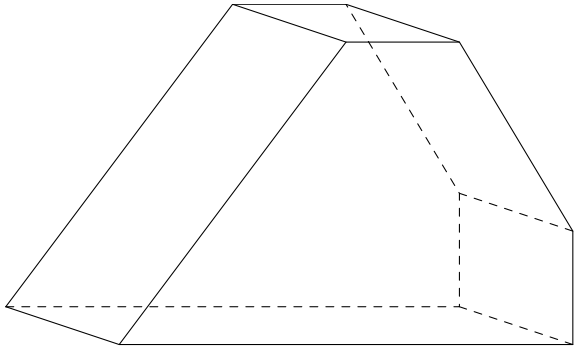
b) Montrer que $A_3 + B_3 + C_3 = \dfrac{15x}{2}$.

c) On cherche s'il existe une valeur de x pour laquelle le point N se trouve sur le segment $[KL]$. Pour cela, résoudre l'équation obtenue en écrivant : $A_3 + B_3 + C_3 =$ aire du triangle RKL.
Conclure.

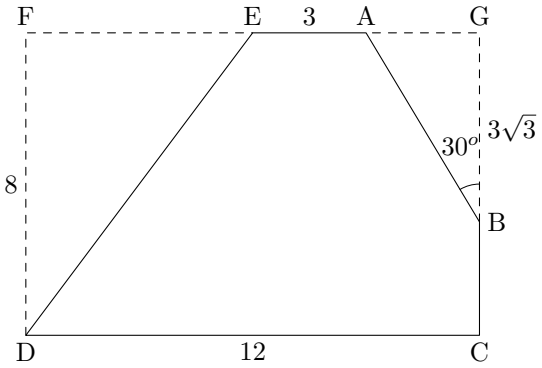
4) **a)** Dans un repère orthogonal $(O; I, J)$, représenter la fonction $x \longmapsto \dfrac{15x}{2}$ pour x compris entre 0 et 6. On prendra :
– en abscisses : $5cm$ pour 3 unités ;
– en ordonnées : $1cm$ pour 3 unités.

b) Résoudre graphiquement l'équation $\dfrac{15}{2}x = 27$.
Commenter.

Clermont-Ferrand 2000



Lors d'un transport exceptionnel sur route, un objet est protégé dans une caisse dont la forme est un prisme droit représenté sur le schéma ci-contre.



Toutes les longueurs sont exprimées en mètres.
On considère une base du prisme, inscrite dans le rectangle $FGCD$:
$FG = 12$; $GC = 8$.
Sur le côté $[GC]$, on a placé le point B tel que $GB = 3\sqrt{3}$.
Sur le côté $[FG]$, on a placé :
– le point E tel que $EF = EG$;
– le point A tel que $\widehat{GBA} = 30^\circ$.
On rappelle que $\sin 30 = \dfrac{1}{2}$ et $\cos 30 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Partie A

1) Exprimer $\cos 30^\circ$ dans le triangle AGB.
En déduire que $AB = 6$.

2) Exprimer de même $\sin 30^\circ$ dans le triangle AGB.
En déduire que $AG = 3$.

3) Calculer ED.

4) Vérifier que le pentagone $ABCDE$ a un périmètre égal à $39 - 3\sqrt{3}$.

5) Sachant que le prisme droit a une hauteur de 5 mètres, calculer son aire latérale.

Partie B

1) Calculer l'aire du rectangle $FGCD$.

2) Calculer les aires des triangles DFE et AGB.

3) En déduire la valeur exacte de l'aire du pentagone $ABCDE$.

4) Montrer que l'aire totale du prisme droit est égale à $339 - 24\sqrt{3}$. En donner une valeur arrondie au dixième de mètres carrés près.

Partie C

On souhaite recouvrir cette caisse de deux couches de peinture. Un pot de peinture permet de recouvrir une surface de $25m^2$ pour la première couche ; la seconde couche nécessite 35% de peinture de moins que la première couche.
Pour des raisons pratiques, on prendra pour valeur de l'aire totale, $298m^2$.
Calculer :

1) Le nombre de pots nécessaires pour la première couche (résultat arrondi à l'unité près).

2) Le nombre de pots nécessaires pour la seconde couche (résultat arrondi à l'unité près).

3) Le nombre de pots indispensables pour les deux couches (résultat arrondi à l'unité près).

Grenoble 2000

Un artisan réalise des boîtes métalliques pour un confiseur. Chaque boîte a la forme d'un parallélépipède rectangle à base carrée ; elle n'a pas de couvercle.
L'unité de longueur est le cm ; l'unité d'aire est le cm^2 ; l'unité de volume est le cm^3.

Partie A

Les côtés de la base mesurent $15cm$, la hauteur de la boîte mesure $6cm$.

1) **a)** Préciser la nature des faces latérales de la boîte et leurs dimensions.

b) Montrer que l'aire totale de la boîte est $585cm^2$.

2) L'artisan découpe le patron de cette boîte dans une plaque de métal de $0,3mm$ d'épaisseur.
La masse volumique de ce métal est $7g.cm^{-3}$, ce qui signifie qu'un centimètre cube de métal a une masse de 7 grammes.
Calculer la masse de cette boîte.

Partie B

1) Calculer le volume de cette boîte.

2) Le confiseur décide de recouvrir exactement le fond de la boîte avec un coussin. Ce coussin est un parallélépipède rectangle. Le côté de sa base mesure donc $15cm$ et on note x la mesure, en cm, de sa hauteur variable (x est un nombre positif inférieur à 6).

a) Exprimer, en fonction de x, le volume du coussin.

b) Exprimer, en fonction de x, le volume que peuvent occuper les bonbons dans la boîte.

3) On considère la fonction affine $f : x \longmapsto 1350 - 225x$.

a) Représenter graphiquement cette fonction affine pour x positif et inférieur à 6 (on prendra $2cm$ pour unité sur l'axe des abscisses et $1cm$ pour 100 unités sur l'axe des ordonnées).
Dans la pratique, x est compris entre $0,5$ et $2,5$.

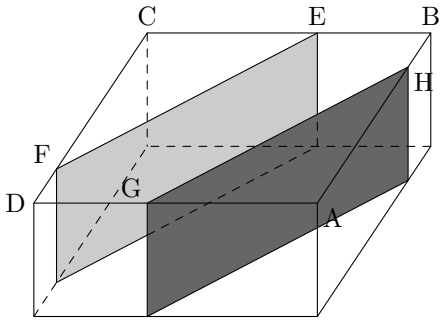
b) Colorier la partie de la représentation graphique correspondant à cette double condition.

c) Calculer $f(0,5)$ et $f(2,5)$.

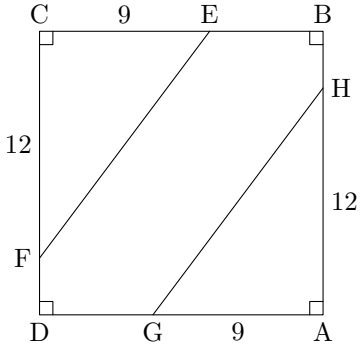
d) On vient de représenter graphiquement le volume que peuvent occuper les bonbons dans la boîte. Indiquer le volume minimal que peuvent, dans la pratique, occuper les bonbons.

Partie C

A l'occasion d'une fête, le confiseur partage chacune de ses boîtes en trois compartiments, pour y mettre trois sortes de bonbons. Pour cela, il supprime le coussin et place deux séparations verticales comme le montrent les figures ci-après :



Vue en perspective



Vue de dessus

On a $CE = AG = 9$ et $CF = AH = 12$.

1) Calculer la longueur EF.

2) Indiquer la forme et les dimensions des deux séparations verticales placées dans la boîte.

3) Deux compartiments sont des prismes droits à base triangulaire.

a) Montrer que le volume du prisme de base CEF est $324cm^3$.

b) Calculer le volume du compartiment central.

Limoges 2000

Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormal du plan d'unité le cm.

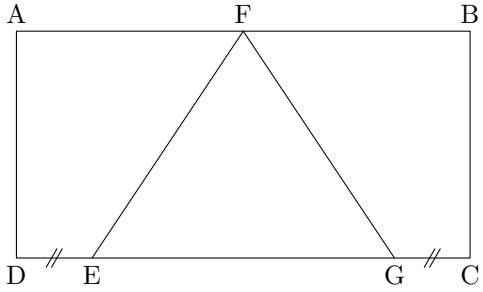
1) On donne la fonction affine f définie par : $x \longmapsto \dfrac{3}{2}x + \dfrac{9}{2}$ et la fonction affine g définie par : $x \longmapsto -3x + 9$.

a) Calculer $f(0)$; $g(0)$; $f(2)$; $g(2)$.

b) Quel est le nombre dont l'image par g est 5 ?

c) Tracer les représentations graphiques (d_1) de f et (d_2) de g.

2) Dans la figure ci-dessous, le rectangle $ABCD$ est tel que :
$AB = 6cm$ et $AD = 3cm$. F est le milieu de $[AB]$.
E et G sont deux points de $[DC]$ tels que $DE = GC$.
On pose $DE = x$.



a) Calculer les aires de EFG, $AFED$ et $FBCG$ lorsque $x = 2$.

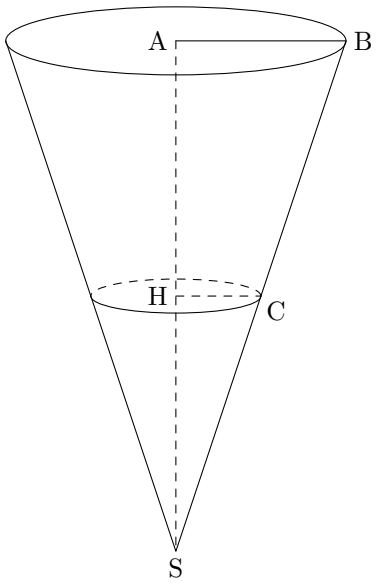
b) Les points D, E, G et C doivent rester dans cet ordre : entre quelles valeurs varie x ?

c) Exprimer, en fonction de x, les aires de EFG, $AFED$ et $FBCG$.

d) Utiliser la première partie du problème pour déterminer graphiquement pour quelle valeur de x le rectangle est partagé en trois parties égales.

e) Vérifier ce résultat par le calcul.

Nancy-Metz 2000



Partie A

La partie supérieure d'un verre a la forme d'un cône de $6cm$ de diamètre de base et de hauteur $AS = 9cm$.

1) Montrer que le volume du cône est $27\pi cm^3$.

2) On verse un liquide dans ce verre (comme indiqué ci-contre), le liquide arrive à la hauteur du point H.

a) On suppose que $HS = 4,5cm$. La surface du liquide est un disque.

calculer le rayon HC de ce disque (on justifiera les calculs).

b) Exprimer en fonction de π le volume correspondant du liquide en cm^3.

c) On pose, maintenant, $HS = x$ (en centimètres).

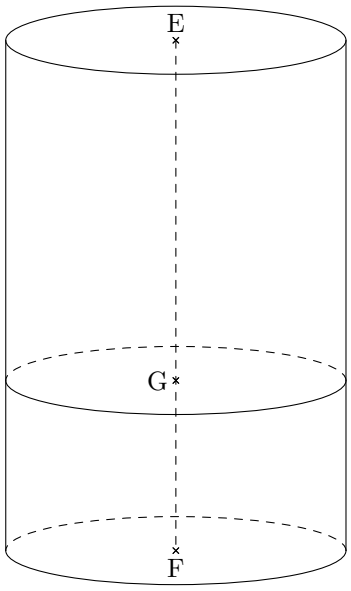
Montrer que le rayon HC de la surface du liquide est égal à $\frac{x}{3}$.

Montrer alors, par le calcul, que le volume, V, de liquide est donné en fonction de x, par la formule : $V = \frac{\pi x^3}{27} cm^3$.

d) En utilisant la formule précédente, calculer le volume de liquide lorsque $HS = 3cm$, puis lorsque $HS = 6cm$.

Partie B

On verse ensuite le liquide contenu dans ce cône dans un verre cylindrique de même section de $6cm$ de diamètre et de même hauteur $9cm$ (figure ci-contre).



1) Montrer que le volume total du cylindre est $81\pi cm^3$.

2) Combien de cônes remplis à ras bord faudra-t-il ainsi vider pour remplir le cylindre ?

3) On désigne par y la hauteur en cm du liquide contenu dans le cylindre ($y = GF$ sur le dessin).

a) Montrer que le volume, en cm^3, du liquide contenu dans le cylindre est $9\pi y$.

b) Montrer que, lorsque l'on verse dans le cylindre le volume $V = \frac{\pi x^3}{27} cm^3$ du liquide contenu dans le cône, la hauteur y obtenue est reliée à x par la relation : $x^3 = 243y$.

c) Recopier et remplir le tableau suivant, où x et y sont reliés par la relation précédente (on donnera les valeurs décimales approchées de y, avec trois décimales exactes).

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y								

d) Représenter graphiquement les huit points obtenus dans le tableau (on prendra $1cm$ comme unité sur l'axe des abscisses et $10cm$ comme unité sur l'axe des ordonnées, l'origine du repère sera placée sur le bord inférieur gauche de la feuille).

Nantes 2000

Dans toute cette partie l'unité de longueur est le centimètre.

Partie A

1) Tracer un cercle de centre O et de rayon 3.
Tracer un diamètre $[AB]$ et un rayon $[OC]$ perpendiculaire au diamètre $[AB]$.

2) Démontrer que le triangle ACB est un triangle rectangle et isocèle en C.

3) Calculer l'aire du triangle ACB.

Partie B

On considère un point M sur le segment $[OC]$ et on pose $CM = x$.

1) Quelle est la nature du triangle AMB ? On justifiera la réponse.

2) **a)** Recopier et compléter l'encadrement : $\cdots \leqslant x \leqslant \cdots$.

b) Exprimer OM en fonction de x.

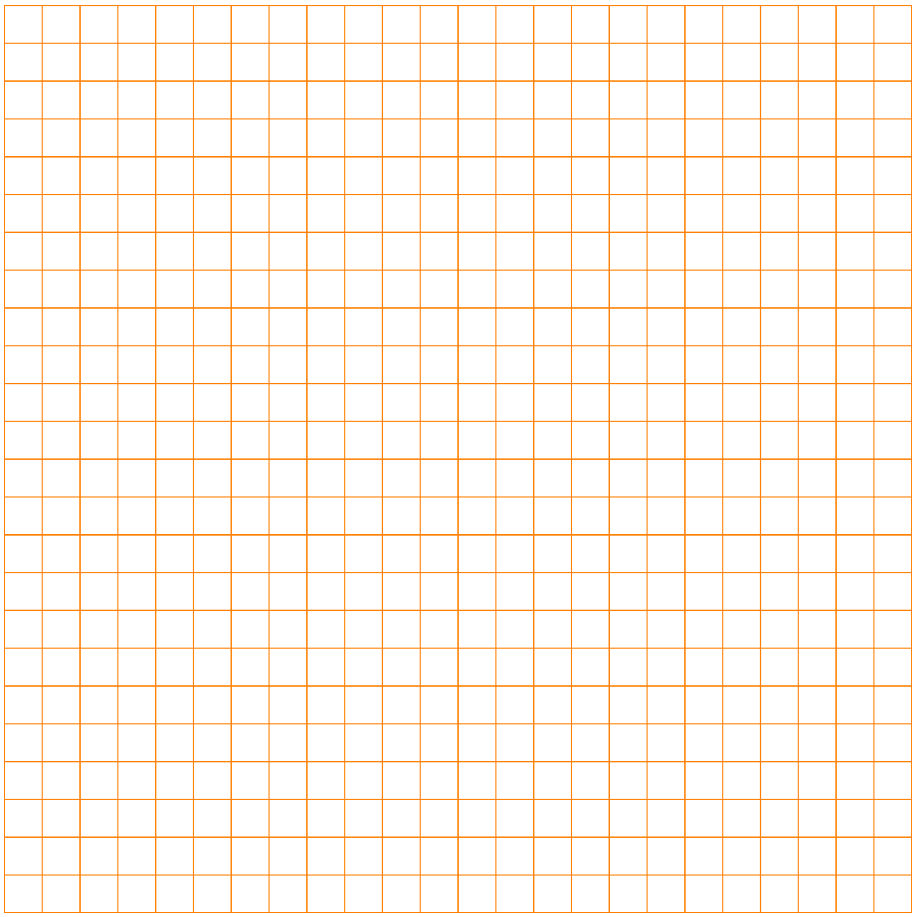
c) On pose $\mathcal{A}(x)$ l'aire du triangle AMB ; démontrer que : $\mathcal{A}(x) = \dfrac{6(3-x)}{2}$.
Démontrer que l'aire $\mathcal{A}(x)$ du triangle AMB est fonction affine de x.

3) **a)** Pour quelle valeur x, l'aire du triangle AMB est-elle égale à $3cm^3$?

b) Démontrer que, pour la position du point M correspondant à cette valeur de x, les aires des triangles AMC, AMB et BMC sont égales.

Partie C

1) Sur le quadrillage, réaliser en couleur une représentation graphique de la fonction affine qui, à x, fait correspondre $9 - 3x$.

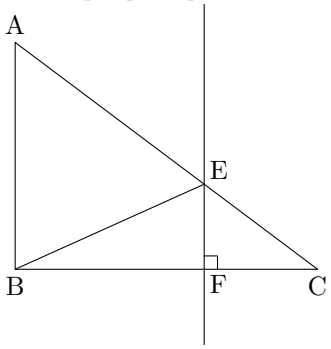


2) Résoudre l'inéquation $9 - 3x > 4,5$.

3) Quelles sont les positions du point M sur le segment $[OC]$ pour lesquels l'aire du triangle AMB est supérieure ou égale à $4,5cm^2$?

Nice 2000

Dans ce problème, l'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire le cm^2. La figure ci-dessous est donnée à titre d'exemple pour préciser la dispostion des points. Ce n'est pas une figure en vraie grandeur.



ABC est un triangle tel que :
$AC = 20cm$; $BC = 16cm$; $AB = 12cm$.
F est un point du segment $[BC]$.
La perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe $[CA]$ en E.
On a représenté sur la figure le segment $[BE]$.

Partie A

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.

2) Calculer l'aire du triangle ABC.

3) Démontrer que, en s'aidant de la question 1. , que la droite (EF) est parallèle à la droite (AB).

Partie B

On se place dans le cas où $CF = 4cm$.

1) Démontrer que $EF = 3cm$.

2) Calculer l'aire du triangle EBC.

Partie C

On se place dans le cas où F est un point quelconque du segment $[BC]$, distinct de B et C.
Dans cette partie, on pose $CF = x$ (x étant un nombre tel que : $0 < x < 16$).

1) Montrer que la longueur EF, exprimée en cm, est égale à $\frac{3}{4}x$.

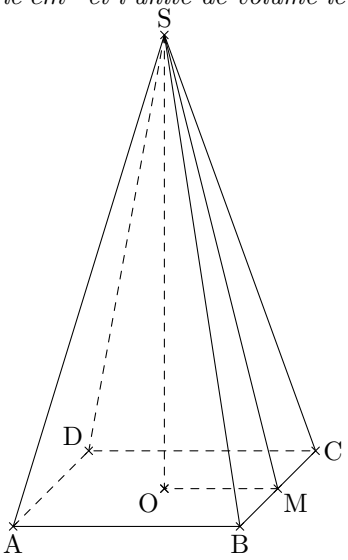
2) Montrer que l'aire du triangle EBC, exprimée en cm^2, est égale à $6x$.

3) Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EBC, exprimée en cm^2 est-elle égale à 33 ?

4) Exprimer en fonction de x l'aire du triangle EAB. Pour quelle valeur exacte de x l'aire du triangle EAB est-elle égale au double de l'aire du triangle EBC ?

Orléans-Tours 2000

Dans tout ce problème, les figures données ne sont pas à l'échelle. L'unité de longueur utilisée est le cm, l'unité d'aire le cm^2 et l'unité de volume le cm^3.



On considère une pyramide régulière à base carrée $ABCD$ et de sommet principal S.
On nomme O le centre du carré $ABCD$ et M le milieu du segment $[BC]$.
On rappelle que le triangle OSM est rectangle en O.
On donne : $OS = 12$ et $AB = 6$.

Partie A

1) **a)** En utilisant le triangle ABC, démontrer que $OM = 3$.

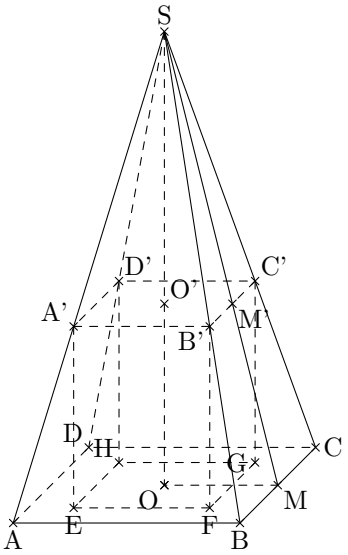
b) Dessiner en dimensions réelles le triangle OSM.

2) Placer sur le segment $[OS]$ un point O' et sur le segment $[SM]$ le point M' tel que $(O'M')$ soit parallèle à (OM).

a) On pose $O'S = x$, x désignant un nombre positif inférieur ou égal à 12.
Exprimer la longueur OO' en fonction de x.

b) Démontrer que $O'M' = 0,25x$.

Partie C



On coupe la pyramide $SABCD$ précédente par un plan parallèle à la base et passant par le point O' du segment $[OS]$.
On nomme A', B', C', D' les intersections respectives des segments $[SA]$, $[SB]$, $[SC]$ et $[SD]$ avec le plan de coupe.
A partir du carré $A'B'C'D'$, on construit le parallélépipède $A'B'C'D'HGFE$ tel que $EFGH$ soit dans le plan de la base $ABCD$.
On pose comme en partie A : $O'S = x$.

1) Exprimer en fonction de x :

a) la longueur $A'B'$ (on admettra que $A'B' = 2\,O'M'$) ;

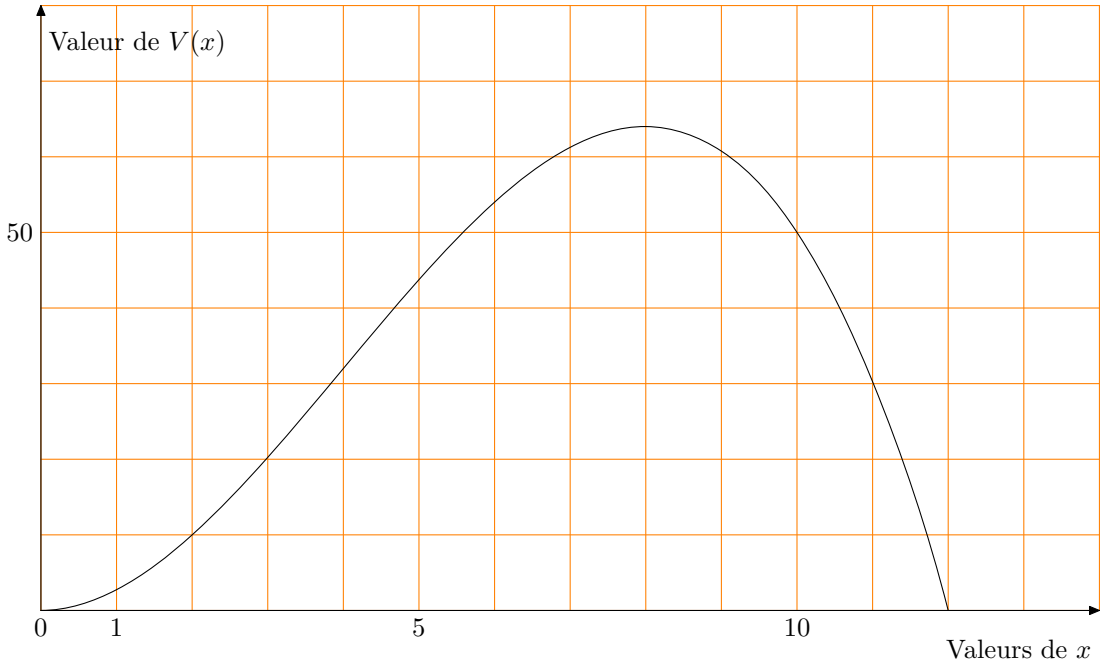
b) l'aire du carré $A'B'C'D'$;

c) le volume $V(x)$ du parallélépipède $A'B'C'D'HGFE$. On montrera que $V(x) = 3x^2 - 0,25x^3$.

2) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	4	7	10
$V(x)$			

3) On donne ci-après la représentation graphique de V dans un repère du plan. $V(x)$ est l'image de x et se lit en ordonnée comme indiqué sur le graphique.

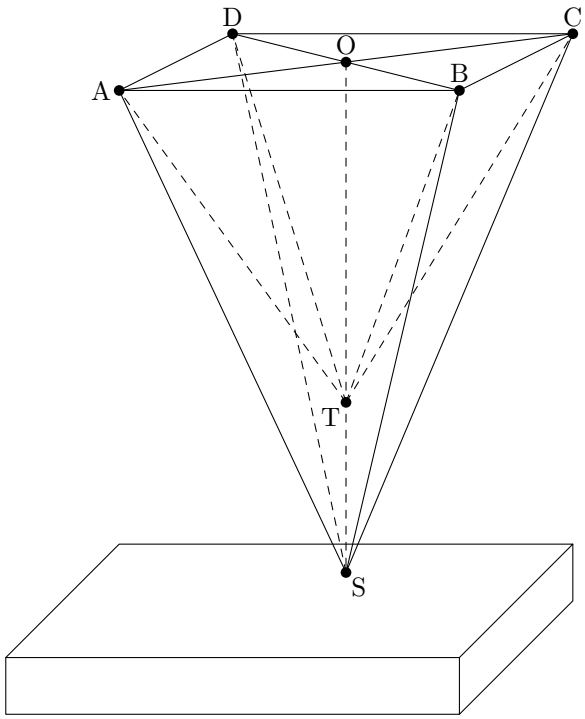


a) On peut lire sur le graphique deux valeurs de x pour lesquelles $V(x) = 32$. L'une figure sur le tableau de la question 2 précédente, l'autre sera lue au dixième près sur le graphique. Quelles sont ces deux valeurs ?

b) Même question qu'au a., mais avec cette fois $V(x) = 50$.

c) Sur le graphique, on constate et on admettra qu'il existe une valeur a de x pour laquelle le volume du parallélépipède est maximum. Donner, à l'aide d'une lecture graphique, une valeur approchée de ce volume maximum, ainsi qu'une valeur approchée du nombre a.

Paris 2000



Cette figure représente une fontaine en pierre ; il s'agit d'une pyramide régulière $SABCD$ dans laquelle on a creusé une pyramide $TABCD$ correspondant au bassin qui reçoit l'eau. $SABCD$ a pour base le carré $ABCD$ de centre O, de côté $AB = 6cm$ et pour hauteur $SO = 9$.
Les longueurs sont données en dm.

Partie A

Dans cette partie, $OT = 6$.

1) **a)** Calculer le volume du bassin $TABCD$.

b) Donner sa capacité en litres.

2) Démontrer que le volume de pierre de la fontaine est $36dm^3$.

Partie B

On s'intéresse ici au cas où les faces latérales de $TABCD$ sont des triangles équilatéraux.

1) Donner la valeur de AT.

2) Dans le triangle ABC, calculer AC. On donnera la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers et b le plus petit possible.

3) En utilisant la réciproque du théorème de Pythagore, démontrer que le triangle ACT est rectangle.

Partie C

Dans cette partie, $OT = x$.

1) Quelles sont les valeurs de x possibles ?

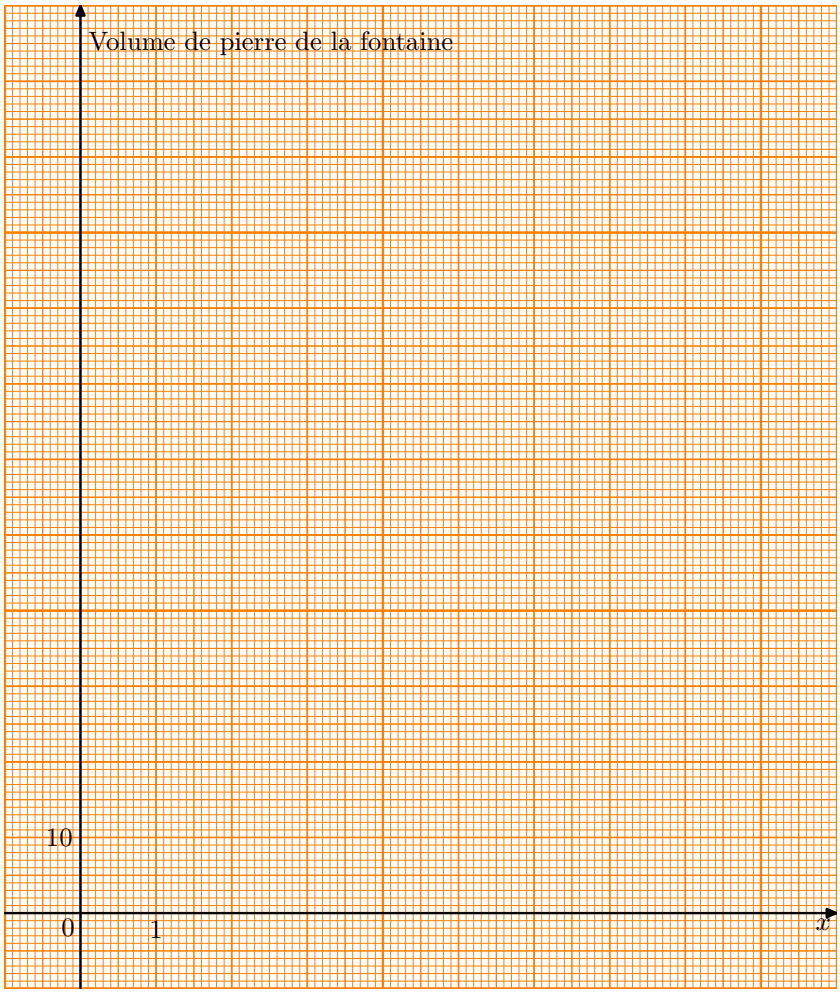
2) Exprimer le volume de pierre de la fontaine en fonction de x.

3) Représenter la fonction $f : x \longmapsto 108 - 12x$ sur la feuille de papier millimétré.

4) Retrouver, à l'aide de tracés en pointillés sur le graphique, le résultat de la partie A.2. .

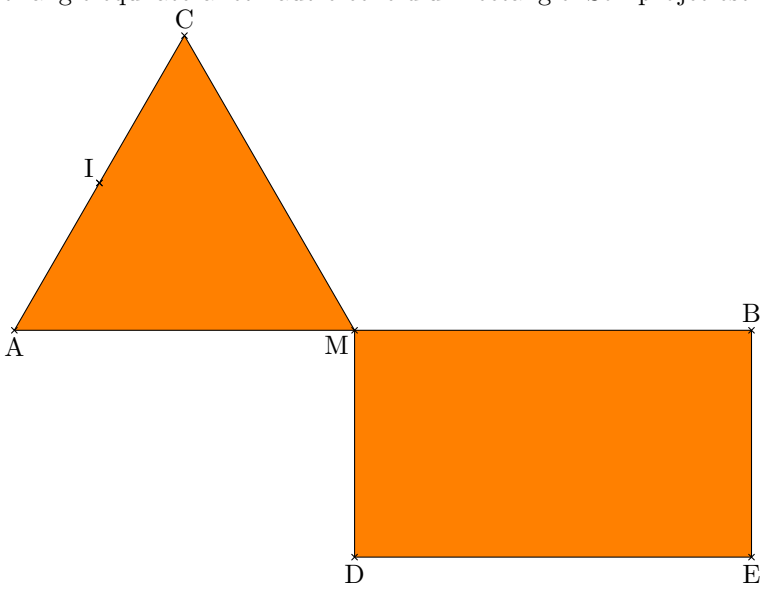
5) **a)** Par lecture graphique, donner une valeur approchée de x pour que le volume de pierre de la fontaine soit $80dm^3$.

b) Trouver la valeur exacte de x en résolvant l'équation $108 - 12x = 80$.


Volume de pierre de la fontaine
10
0
1
x

Poitiers 2000

Les deux parties sont indépendantes.
Chargé de créer un espace cert, un paysagiste propose d'implanter deux massifs de fleurs, l'un ayant la forme d'un triangle équilatéral et l'autre celle d'un rectangle. Son projet est illustré sur le schéma suivant :



M est un point du segment $[AB]$.
de part et d'autre du segment $[AB]$ sont représentés :
– un triangle équilatéral AMC ;
– un rectangle $MDEB$.
L'unité de longueur est le mètre.
On a : $AB = 13$ et $BE = 4$.
On note : $AM = x$.

Partie A

Dans un premier projet, le paysagiste fixe $x = 6$. On a donc :
$AM = 6$ et $MB = 7$.
On appelle I le milieu du segment $[AC]$. Le paysagiste se demande si les points I, M et E sont alignés.

1) Quelle est la mesure en degrés de l'angle $\widehat{AMI}$? Justifier.

2) Calculer la tangente de l'angle $\widehat{DME}$. En déduire une mesure à $0,1$ degré près de l'angle $\widehat{DME}$.

3) **a)** Déduire des questions précédentes une mesure à $0,1$ degré près de $\widehat{IME}$.

b) Les points I, M et E sont-ils alignés ? Justifier.

Partie B

Souhaitant entourer par des bordures ces deux massifs, le paysagiste s'intéresse à leurs périmètres en fonction de la longueur $AM = x$.

1) Calculer, en fonction de x, le périmètre du triangle AMC.
On appelle f la fonction qui à x associe ce périmètre.

2) **a)** Calculer BM en fonction de x.

b) On appelle g la fonction qui à x associe le périmètre du rectangle $MDEB$.
Montrer que la fonction g est définie par : $x \longmapsto 34 - 2x$.

3) Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; I, J)$. Sur une feuille de papier millimétré, on placera l'origine en bas à gauche de la feuille et on prendra comme unités graphiques :
– sur l'axe des abscisses : $1cm$ pour 1 unité ;
– sur l'axe des ordonnées : $1cm$ pour 2 unités.
On fera figurer les explications utiles pour effectuer les représentations graphiques demandées ci-dessous.

a) Représenter graphiquement la fonction f pour $0 \leqslant x \leqslant 13$.

b) Sur le même graphique, représenter la fonction g pour $0 \leqslant x \leqslant 13$.

4) **a)** Calculer la valeur de x pour laquelle les deux massifs ont le même périmètre.

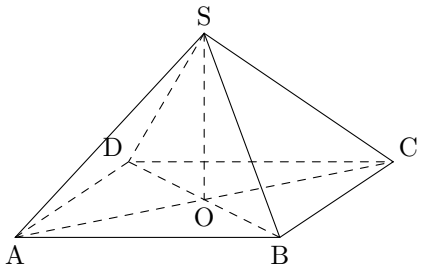
b) Vérifier graphiquement le résultat précédent : on tracera les pointillés utiles à la lecture.

5) Le paysagiste décide de n'entourer que le massif rectangulaire $MDEB$.
Il dispose de $25m$ de bordure.

a) Résoudre l'inéquation : $34 - 2x \leqslant 25$.

b) En déduire la plus petite valeur de AM pour laquelle le paysagiste peut border complètement le massif rectangulaire.

Rennes 2000



Partie A

Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre.
Cette pyramide régulière a une base carrée $ABCD$ de côté 35 mètres et pour hauteur le segment $[SO]$ de longueur 22 mètres.

1) Calculer la valeur arrondie au mètre près de la longueur de la diagonale du carré $ABCD$.

2) Calculer la longueur de l'arête $[SA]$; en donner une valeur arrondie au mètre près.

3) Réaliser un patron de cette pyramide à l'échelle 1/100.

Partie B

Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre a la forme d'une pyramide régulière à base carrée de côté $6cm$ et de hauteur $4cm$.

1) Montrer que le volume du réservoir de cette lampe est $48cm^3$.

2) Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle $4cm^3$ d'huile par heure. Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir ?

3) On désigne par $\mathcal{V}$ le volume d'huile (en cm^3) restant dans la lampe et par t la durée, exprimée en heures, où la lampe est restée allumée. Ecrire $\mathcal{V}$ en fonction de t.

4) Dans le plan rapporté à un repère orthogonal (placer l'origine en bas et à gauche de la feuille), on choisit :
– sur l'axe des abscisses : $1cm$ pour une heure ;
– sur l'axe des ordonnées : $1cm$ pour $5cm^3$.
Dans ce repère, construire la représentation graphique du volume $\mathcal{V}$ en fonction de t, où $\mathcal{V} = -4t + 48$.

5) Comment peut-on retrouver graphiquement la réponse à la question 2. ?

6) **a)** En utilisant le graphique, trouver au bout de combien de temps il ne reste que $10cm^3$ d'huile.

b) Retrouver ce résultat par le calcul. Exprimer la réponse en heures et minutes.

Amérique du nord 2000

Partie A

Sur une feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal en plaçant l'origine en bas à gauche. Prendre sur l'axe des abscisses $1cm$ pour 5 unités, sur l'axe des ordonnées $1cm$ pour 20 unités.
Construire les représentations graphiques des fonctions suivantes :
$p : x \longmapsto 2,5x$
$p' : x \longmapsto 20 + 2x$.
On se limitera aux valeurs positives de x.
Les deux représentations graphiques se coupent en A.

1) Trouver graphiquement les coordonnées de A en utilisant des pointillés.

2) Retrouver par le calcul les coordonnées de A.

Partie B

Afin de financer de nouvelles activités, les élèves du collège décident d'organiser la vente de petits pains. Ils ont le choix entre deux tarifs :
– Ier tarif : prix du petit pain : 2,50F.
– 2nd tarif : chaque élève verse une cotisation de 20F, puis chaque petit pain sera payé 2F.
Soit x le nombre de petits pains achetés par un élève.

1) Ecrire, en fonction de x, le prix payé par l'élève pour chaque tarif.

2) En utilisant le graphique, indiquer à partir de combien de petits pains le 2nd tarif est le plus intéressant.

Partie C

Le tableau ci-dessous indique le nombre de petits pains vendus chaque jour pendant 4 semaines.

1) Compléter ce tableau.

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Total
Semaine n°1	120	150	80	150	120	620
Semaine n°2	125	150	75	145	130	625
Semaine n°3	130	145	90	135	120	620
Semaine n°4	120	150	85	160	120	635
Total	495	595	330	590	490	2500

2) Finalement, les délégués d'élèves adoptent un 3ème tarif : 2,30F le petit pain. Sachant que le prix d'achat d'un petit pain est de 2F, quel est alors le bénéfice réalisé la première semaine ?

3) Sachant que la vente dure 30 semaines et que les élèves ont besoin de 7 200F pour réaliser leur projet, combien doivent-ils vendre, en moyenne, de petits pains par semaine ?

Antilles-Guyane 2000

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; I, J)$. L'unité de longueur est le centimètre. On utilisera une feuille de papier millimétré pour la figure.

1) Représenter les points $A(1; 5)$, $(2; 2)$ et $C(3; 3)$.

2) Calculer les distances AB, AC et BC.

3) En déduire que le triangle ABC est rectangle en C.

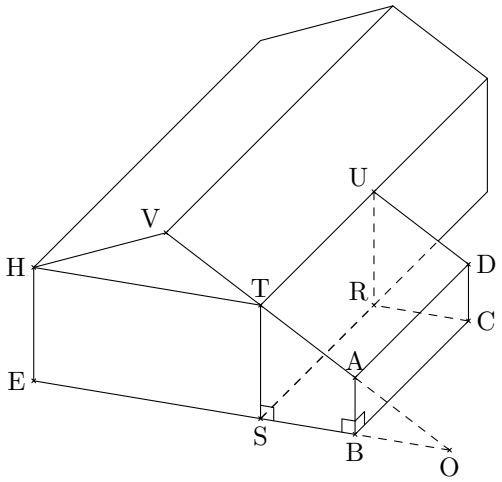
4) Montrer que les points A et C appartiennent à la droite D d'équation $y = -x + 6$.

5) Représenter le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CA}$.

6) Quelle est la nature du quadrilatère $ACBE$? Justifier la réponse.

7) Calculer l'aire du quadrilatère $ACBE$.

Centres étrangers I1 2000



Monsieur Ferdinand souhaite construire un appentis pour ranger ses outils. Il a réalisé le dessin ci-contre.
L'appentis est représenté par le prisme droit $ABSTCRUD$.
La base de ce prisme est le trapèze rectangle $ABST$.
le point O est imaginaire.
Monsieur Ferdinand veut que le toit de l'appentis soit dans le prolongement du toit de sa maison (V, T, A et O alignés).
Les droites (TH) et (EB) sont horizontales, donc parallèles.
Les points E, O, B et S sont alignés.
Les dimensions suivantes sont imposées :
$ST = 3m$; $BC = 2,5m$; l'angle $\widehat{VTH}$ mesure 40°.
Monsieur ferdinand peut choisir la profondeur SB de son appentis.

Partie A

Dans cette partie, on suppose que la profondeur SB de l'appentis est égale à $1,2m$.

1) Justifier que la mesure de $\widehat{AOB}$ est égale à 40°.
En déduire la mesure de l'angle $\widehat{STO}$.

2) Dessiner à l'échelle 1/50e la face $ABST$ de l'appentis ; faire figurer le point O sur ce dessin.

3) On travaille à nouveau avec les dimensions réelles.
- **a)** Calculer OS et OB (arrondi au cm).
- **b)** Calculer AB (si nécessaire, arrondir au cm).
- **c)** Calculer une valeur approchée du volume de l'appentis.

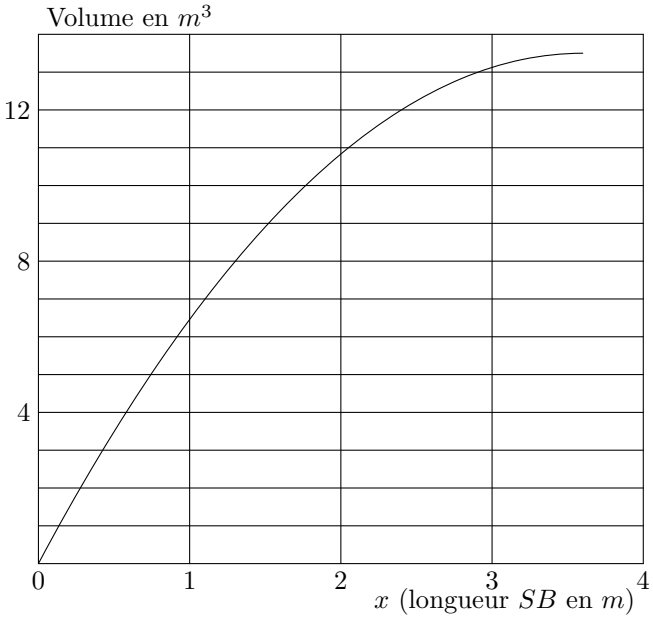
Partie B

Dans cette partie, on ne connaît pas la profondeur SB de l'appentis.
Monsieur Ferdinand désire que :
– le volume de son appentis soit supérieur à $8m^3$;
– la hauteur minimale AB de son appentis soit supérieure à $1,60m$.
On désignera par x la longueur de $[SB]$ exprimée en mètre. On utilisera : $OS = 3,6m$.

1) Exprimer OB en fonction de x.

2) Montrer, en utilisant le théorème de Thalès, que $AB = 3 - \dfrac{x}{1,2}$.

3) Résoudre l'inéquation : $3 - \dfrac{x}{1,2} > 1,6$.



4) Le graphique ci-après représente le volume de l'appentis exprimé en m^3 en fonction de x. En observant ce graphique, donner cinq valeurs de x pour lesquelles le volume de l'appentis est supérieur à $8m^3$.

5) En utilisant les réponses obtenues aux questions 2., 3. et 4. de cette partie B, donner une valeur de SB qui corresponde aux désirs de Monsieur Ferdinand.

Inde 2000

On considère le triangle ABC tel que $AB = 8cm$, $BC = 6cm$ et $AC = 10cm$.

1) Faire la figure que l'on complétera au fur et à mesure des questions.

2) **a)** Déterminer la nature du triangle ABC.

b) Déterminer la mesure au degré près de l'angle $\widehat{BCA}$.

3) Placer le point D sur la demi-droite $[AC)$ tel que $AD = \frac{3}{2}AC$. Tracer la perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point D. Elle coupe (BC) en E.

a) Montrer que la droite (AB) est parallèle à la droite (DE).

b) Montrer que $DE = 4cm$.

4) Préciser la position du centre du cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle ABC, puis tracer ce cercle $(\mathcal{C})$.

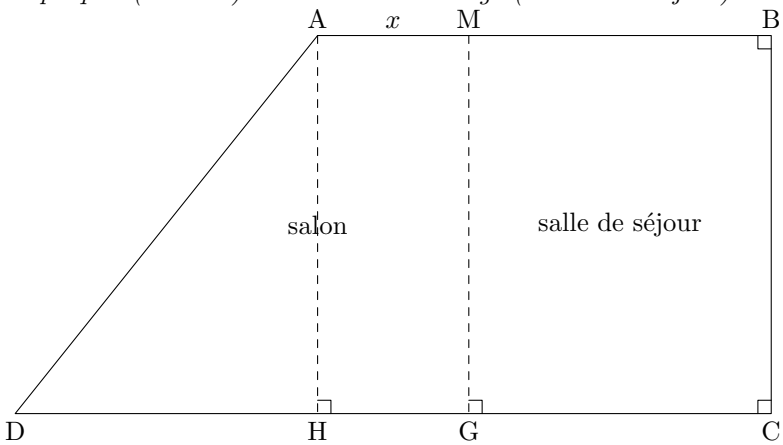
5) On appelle F le symétrique du point D par rapport à la droite (BC) et P le point d'intersection de la droite (AF) et du cercle $(\mathcal{C})$, distinct de A.

a) Montrer que les quatre points P, C, E et F sont sur un même cercle $(\mathcal{C}')$ dont on précisera le centre.

b) Comparer les angles $\widehat{EPC}$ et $\widehat{EFC}$.

Asie 2000

La figure ci-dessous est une vue de la surface au sol d'une pièce d'une maison d'habitation. Une partie sera recouverte de parquet (le salon) et l'autre de carrelage (la salle de séjour).



$ABCD$ est un trapèze rectangle tel que :
$AB = 6m$; $BC = 5m$; $CD = 10m$.
M est un point du segment $[AB]$; on pose $AM = x$ (x est une distance exprimée en mètre ; $0 < x < 6$).

1) Exprimer, en fonction de x, l'aire de $MBCG$ (salle de séjour) et celle de $AMGD$ (salon).

2) **a)** Pour quelle valeur de x les deux aires sont-elles égales ?

b) Quelle est alors la valeur de chaque aire ?

3) On se propose de représenter graphiquement cette situation à l'aide de deux fonctions affines f et g.
f est définie par : $f(x) = 5x + 10$ pour l'aire de $AMGD$;
g est définie par : $g(x) = -5x + 30$ pour l'aire de $MBCG$.

a) Sur une feuille de papier milliétré, construire un repère orthogonal :
– en abscisse, prendre $2cm$ pour 1 unité ($2cm$ pour $1m$) ;
– en ordonnée, prendre $1cm$ pour 2 unités ($1cm$ pour $2m^2$).
Représenter les fonctions affines f et g.

b) Par lecture graphique, retrouver la valeur de x telle que $f(x) = g(x)$ et l'aire correspondante. Mettre en évience ces valeurs sur le graphique (pointillés, couleur, ...).

4) Pour le reste du problème, on prendra $x = 1$.

a) Par lecture graphique ou par un calcul, déterminer l'aire du salon $AMGD$ et celle de la salle $MBCG$.

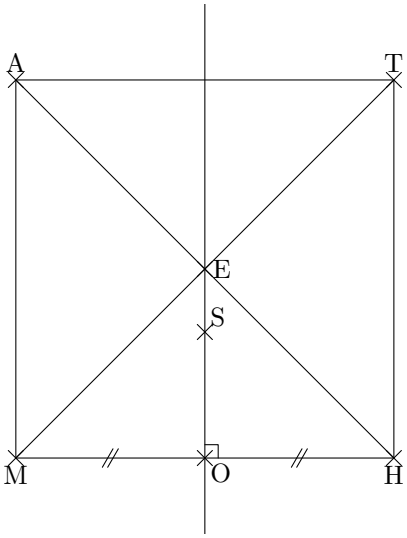
b) Le salon $AMGD$ est revêtu du parquet au prix initial de 300F le m^2. L'artisan accorde un rabais de 5%. Calculer le coût global après rabais pour le parquet.

c) La salle $MBCG$ est recouverte de carrelage. L'artisan accorde également un rabais de 5%.
le montant global après rabais pour le carrelage est de 4 275F.
Calculer le prix pour un m^2 de carrelage avant rabais.

Centres étrangers I2 2000

Les trois parties du problème sont indépendantes.
Les figures ci-dessous ne sont pas en vraie grandeur.
On sait que :
– $MATH$ est un carré de centre E et de $12cm$ de côté.
– O est le milieu du segment $[MH]$.
– S appartient à $[EO]$ et $SO = 4cm$.
– Les droites (EO) et (MH) sont perpendiculaires.

Partie A



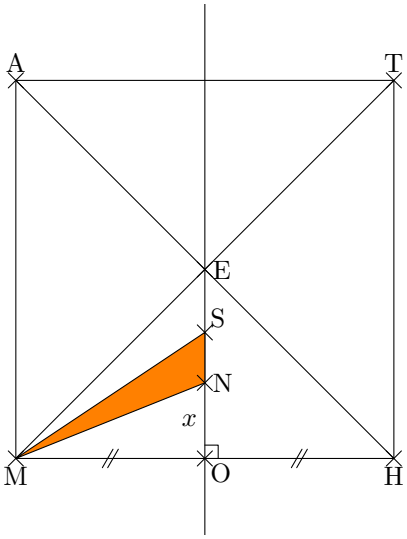
1) Faire la figure en vraie grandeur.

2) Montrer que le triangle MSH est isocèle en S.

3) **a)** Calculer la valeur exacte de SM.

b) Montrer que la valeur exacte du périmètre du triangle MSH est $12 + 2\sqrt{52}$.

Partie B



Soit N un point du segment $[SO]$; on pose $NO = x$ (exprimé en centimètres).
On note A_1 l'aire du triangle HNO et A_2 l'aire du triangle MSN (exprimées en cm^2).

1) Montrer que $A_1 = 3x$.

2) Exprimer SN en fonction de x.

3) Montrer que $A_2 = 3(4 - x)$. On pourra remarquer que $[MO]$ est une hauteur du triangle MSN.

4) Pour quelle valeur de x a-t-on $A_1 = 3A_2$?

Partie C

F est un point quelconque du segment $[TH]$. Prouver que le point d'intersection I des segments $[FM]$ et $[EO]$ est le milieu du segment $[MF]$.

Centres étrangers I3 2000

On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$. L'unité graphique est le centimètre.

1) Sur la feuille de papier millimétré, placer les points $A(4; 4)$, $B(4; -1)$ et $C(2; 3)$.

2) **a)** Calculer les longueurs AB, AC et BC et en déduire la nature du triangle ABC.

b) Construire le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.

c) Quelle est la nature du quadrilatère $ADBC$?

3) Soit E le point tel que le vecteur $\overrightarrow{CE}$ ait pour coordonnées $(4; 2)$.

a) Placer E.

b) Prouver que E a pour coordonnées $(6; 5)$ et que A est le milieu du segment $[CE]$.

c) Calculer la longueur CE.

4) **a)** Construire le point F, image de E par la rotation de centre C et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCF}$. Que peut-on en déduire pour les points B, C et F ?

c) Prouver que $CE = CB$.

d) En déduire que C est le milieu du segment $[BF]$.

5) On considère l'image du triangle ABC par la symétrie de centre C suivie de la symétrie de centre A.

a) Par quelle transformation passse-t-on du triangle ABC à son image ?

b) Construire cette image.

Centres étrangers I4 2000

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; I, J)$. L'unité de longueur est le centimètre.
On donne les points $A(1; -3)$, $B(-3; 5)$ et $C(3; 3)$.

1) Construire sur la feuille de papier millimétré le repère orthonormal $(O.I, J)$ et placer les trois points A, B et C dans ce repère. On veillera à placer le point O au centre de la feuille.

2) Calculer les valeurs exactes des longueurs AC, BC et AB. Expliquer pourquoi le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle.

3) Montrer que le milieu K du segment $[AB]$ a pour coordonnées $(-1; 1)$.

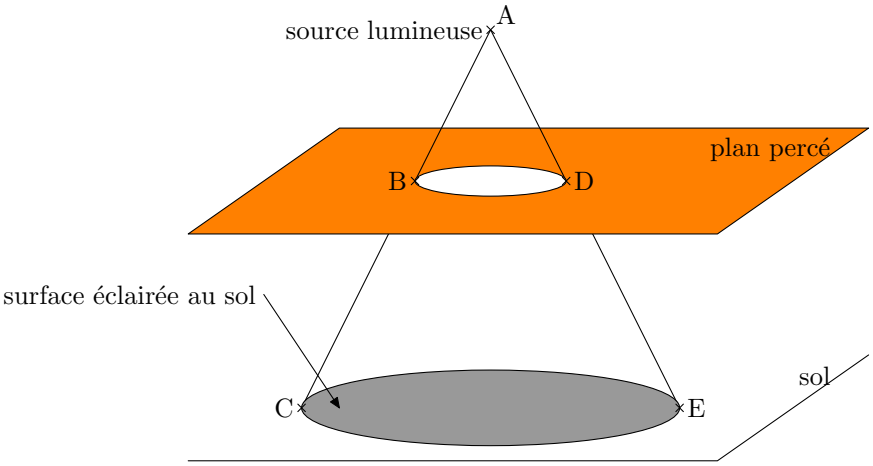
Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CK}$.

4) Construire le point D tel que $\overrightarrow{KD} = \overrightarrow{CK}$. Montrer que le point D est le symétrique du point C par rapport au point K. Montrer que le quadrilatère $ADBC$ est un carré.

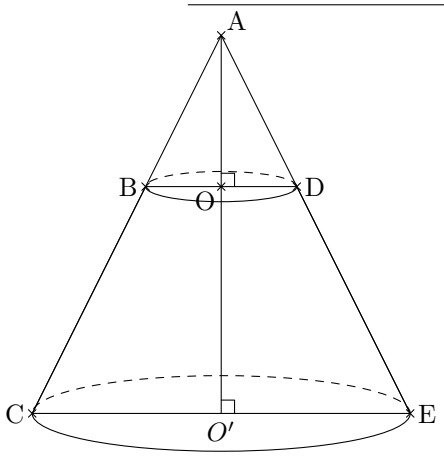
5) Construire les points A', B' et D', symétriques respectifs des points A, B et D dans la symétrie de centre C.

Quelle est la nature du quadrilatère $AD'B'C'$? Quels résultats de cours permettent d'arriver à cette conclusion ?

Europe de l'est 2000



Un plan opaque est disposé parallèlement au sol. Dans ce plan, on a percé un disque de 1 mètre de diamètre. Une source lumineuse, située au-dessus du plan percé, éclaire une surface au sol de forme circulaire.



On peut schématiser ainsi le cône de lumière.
Dans tout le problème, $BD = 1m$ et $AO' = 5m$.

Partie A

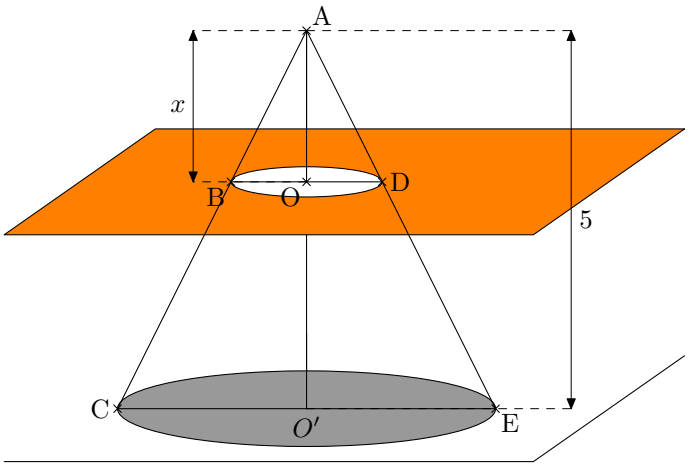
On suppose que la source lumineuse se trouve à $1m$ du plan percé. Autrement dit : $AO = 1m$.

1) Calculer la valeur exacte, en fonction de π, de l'aire du disque de diamètre $[BD]$.

2) Sachant que les droites (OD) et $(O'E)$ sont parallèle, calculer, en justifiant, le rapport $\dfrac{O'E}{OD}$.

3) Le disque de diamètre $[CE]$ est un agrandissement du disque de diamètre $[BD]$. En déduire la valeur exacte de l'aire de la surface éclairée au sol. Donner la valeur arrondie de cette aire à $1m^2$ près.

Partie B



Dans cette partie, on considère que le plan percé peut se déplacer verticalement tout en restant parallèle au sol : ainsi, la distance AO varie.
On note cette distance : $x = AO$.

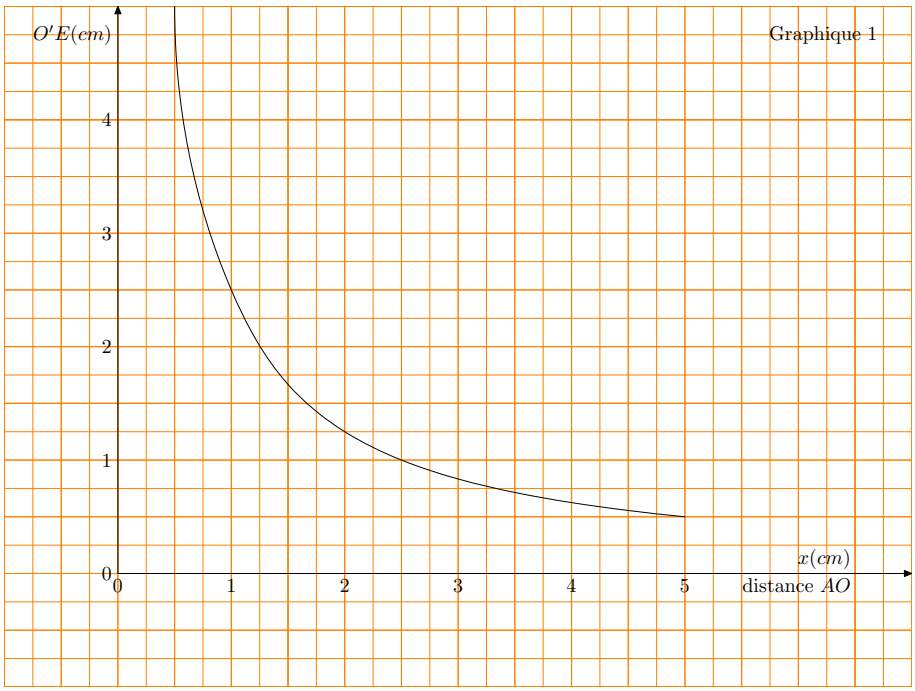
1) Entre quelles valeurs varie x ?

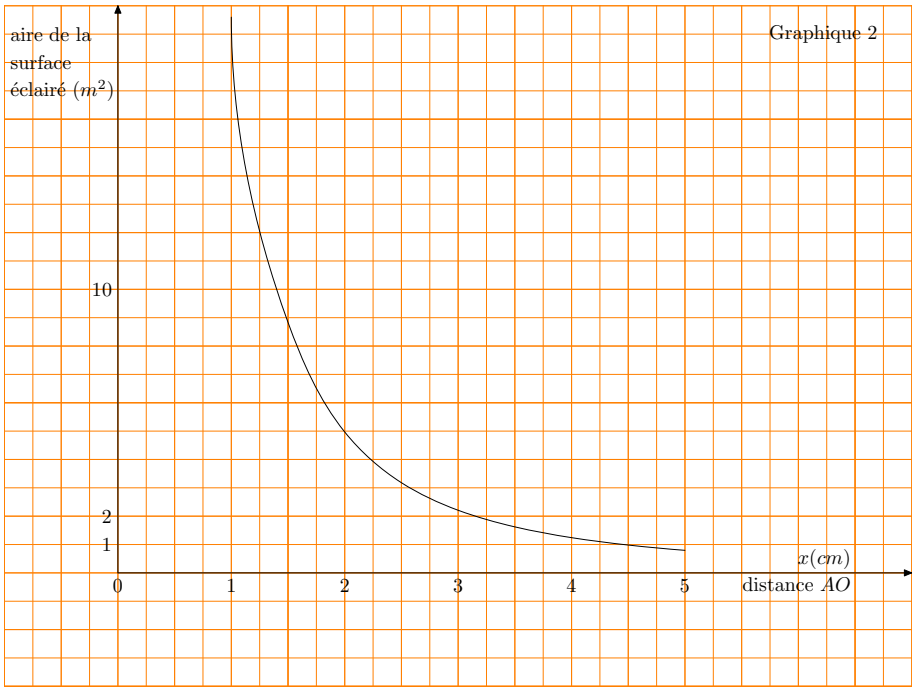
2) Montrer que $O'E = \dfrac{5}{2x}$.

3) En déduire que l'aire de la surface éclairée au sol est égale à $\dfrac{25\pi}{4x^2}$.

Partie C

On a représenté graphiquement :
– la distance $O'E$ en fonction de la distance x séparant le plan percé de la source lumineuse (graphique 1) ;
– l'aire de la surface éclairée au sol en fonction de la distance x (graphique 2).





Par simple lecture sur l'un ou l'autre des graphiques, répondre aux questions suivantes :

1) Y a-t-il proportionnalité entre le rayon du disque représentant la surface éclairée au sol et la distance x ? Justifier la réponse.

2) Quelle est l'aire de la surface éclairée au sol lorsque le plan percé se trouve à $1,5m$ de la source lumineuse ?

Amiens septembre 1999

Un club de gymnastique propose, pour l'utilisation de ses installations les trois tarifs suivants :
– Tarif A : 80F par séance ;
– Tarif B : abonnement annuel de 1 000F, puis 40F par séance ;
– Tarif C : forfait de 3 000F donnant droit à autant de séances que l'on désire.

Partie A

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de séances annuelles	10	40	60
Coût avec le tarif A			
Coût avec le tarif B			
Coût avec le tarif C			

2) Exprimer, en fonction du nombre x de séances annuelles :
  a) le coût P_A pour un utilisateur ayant choisi le tarif A ;
  b) le coût P_B pour un utilisateur ayant choisi le tarif B.

3) Une personne désire dépenser 2 400F dans l'année pour l'utilisation des installations de ce club. A combien de séances aura-t-elle droit si elle choisit le tarif B ?

4) Soit l'inéquation : $80x < 1\,000 + 40x$.
  a) La résoudre.
  b) Donner une interprétation du résultat trouvé.

Partie B

Le plan est muni d'un repère orthogonal.
On consacrera une page entière au graphique et on placera l'origine O du repère en bas à gauche de la feuille.
– *Sur l'axe des abscisses,* 1*cm représentera 5 unités.*
– *Sur l'axe des ordonnées,* 1*cm représentera 200 unités.*

1) Tracer les droites :
  D_1 d'équation $y = 80x$;
  D_2 d'équation $y = 40x + 1\,000$;
  D_3 d'équation $y = 3\,000$;

2) Une personne dispose de 1 600F pour l'utilisation des installations de ce club.
  Déterminer graphiquement le nombre de séances auquel elle pourra participer :
  a) si elle choisit le tarif A ;
  b) si elle choisit le tarif B.
  On fera apparaître clairement sur le graphique les traits utilisés.

3) Soient M le point d'intersection des droites D_1 et D_2, et N celui des droites D_2 et D_3.
  a) Lire sur le graphique les coordonnées de M.
  b) Calculer les coordonnées de N.

4) Déterminer graphiquement, selon le nombre de séances annuelles, le tarif le plus avantageux.

Besançon septembre 1999

Partie A

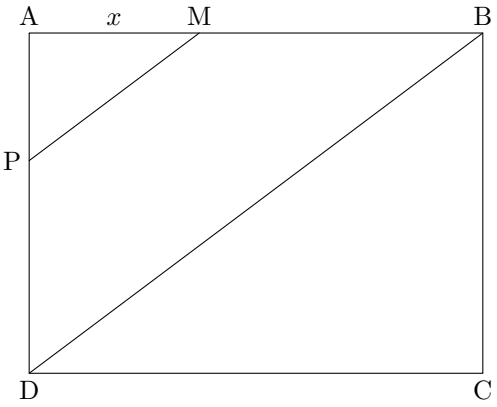
Le dessin sera fait sur une feuille de papier millimétré.
On considère deux droites D_1 et D_2 d'équations :
$D_1 : y = 3x$ et $D_2 : y = 24 - \dfrac{x}{2}$.

1) Représenter graphiquement ces deux droites dans un même repère orthonormal en prenant le centimètre comme unité.

On placera l'origine du repère dans le coin inférieur gauche de la feuille de papier millimétré.

2) Calculer les coordonnées du point E, intersection des droites D_1 et D_2. Placer ce point E sur le dessin.

Partie B



L'unité de longueur est le centimètre.
La figure ci-contre a été réalisée selon les hypothèses suivantes :
$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 8$ et $AD = 6$.
M est un point du segment $[AB]$ et on note x la longueur AM.
On a donc : $0 \leqslant x \leqslant 8$.
La droite qui passe par M et qui est parallèle à la droite (BD) coupe le côté $[AD]$ en P.

1) Calculer BD.

2) **a)** Exprimer les longueurs AP et MP en fonction de x.

b) Exprimer les longueurs DP et MB en fonction de x.

3) On appelle p_1 le périmètre du triangle AMP et p_2 le périmètre du trapèze $PMBD$.

Démontrer que $P_1 = 3x$ et que $p_2 = 24 - \dfrac{x}{2}$.

Partie C

On utilise, dans cette partie, la représentation graphique de la première partie.

1) Que représente, pour les deux périmètres p_1 et p_2, l'abscisse du point E sur le graphique ?

2) Déterminer graphiquement les valeurs de x $(0 \leqslant x \leqslant 8)$ pour lesquelles on a : $p_1 \geqslant p_2$.

Grenoble septembre 1999

Un constructeur de maisons individuelles propose à ses clients trois types d'escaliers dont le prix est calculé à partir du nombre de marches. Le client se voit ainsi proposer trois tarifs.

- Tarif n° 1 : escalier *droit* en béton : le client paie 300F par marche.
- Tarif n°2 : escalier *droit* en bois : le client paie 500F par marche, plus 2 000F pour la pose de l'escalier.
- Tarif n°3 : escalier *tournant* en bois : le client paie 800F par marche, plus 3 000F pour la pose de l'escalier.

1) Monsieur Dubois a besoin, pour sa maison, d'un escalier de 15 marches.
Calculer le prix que payerait monsieur Dubois pour chacun des trois tarifs.

2) On désigne par x le nombre de marches d'un escalier. Le prix payé pour cet escalier est P_1 pour le tarif n°1, P_2 pour le tarif n°2, P_3 pour le tarif n°3.
Exprimer P_1, P_2 et P_3 en fonction de x.

3) Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on prendra sur l'axe des abscisses $1cm$ pour représenter 2 marches et sur l'axe des ordonnées $1cm$ pour représenter 1 000F.
Sur une feuille de papier millimétré (on placera l'origine du repère en bas et à gauche de la feuille), tracer les droites suivantes :

a) D_1 déquation $y = 300x$;

b) D_2 d'équation $y = 500x + 2\,000$;

c) D_3 d'équation $y = 800x + 3\,000$.

4) Sachant que les escaliers proposés ont toujours un nombre de marches compris entre 10 et 20 (c'est-à-dire $10 \leqslant x \leqslant 20$), colorier en rouge, sur le graphique, les parties des droites D_1, D_2 et D_3 correspondant à cette situation.

5) Utiliser le graphique précédent pour répondre aux questions suivantes (faire apparaître les tracés ayant permis de répondre) :

a) Madame Dunoyer a payé 8 000F pour un escalier *droit* en bois ; combien cet escalier avait-il de marches ?

b) Quelle est la différence de prix entre un escalier en béton de 20 marches et un escalier *droit* en bois de 20 marches ?

6) Répondre par le calcul à la question 5.a.

7) Monsieur Duchêne a un budget qui ne peut pas dépasser 14 000F. Il veut un escalier tournant en bois.

a) Résoudre l'inéquation $800x + 3\,000 \leqslant 14\,000$.

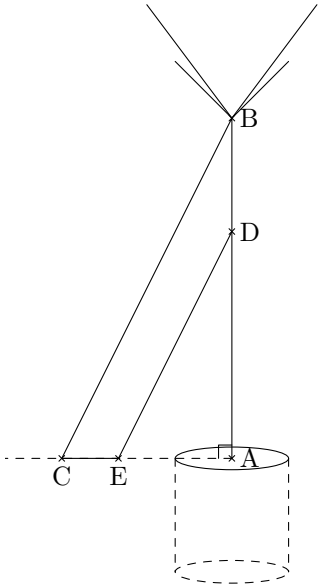
b) Quel est le plus grand nombre possible de marches pour l'escalier de monsieur Duchêne ?

8) Madame Dufrêne a dans sa maison un escalier en bois, dont le volume total est $4,60m^3$.
Sachant que le volume de bois acheté par l'artisan est de 95% supérieur au volume de l'escalier (il y a des pertes) et que le bois utilisé coûte 4 200F le m^3, calculer le prix du bois acheté par l'artisan pour fabriquer cet escalier.

Groupement I 2000

Un paysagiste doit planter des arbres. Chaque arbre est placé dans un trou cylindrique. Il est ensuite maintenu au sol à l'aide de câbles, comme le montre le dessin ci-dessous.
Dans le problème, l'unité de longueur choisie est le **décimètre**.
Toutes les réponses seront justifiées.

Partie A



On donne les informations suivantes :
- les points A, B et C déterminent un triangle rectangle en A ;
- $AB = 18$; $AC = 9$;
- D est un point du segment $[AB]$, tel que $AD = \dfrac{2}{3}AB$;
- E est un point du segment $[AC]$;
- les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

1) **a)** Calculer la valeur exacte de AD.

b) Prouver que $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{2}{3}$. En déduire la valeur exacte de AE.

2) **a)** Calculer la valeur exacte de BC. L'écrire sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est un nombre entier.

b) Prouver que $DE = 6\sqrt{5}$.

3) Déduire des questions précédentes le périmètre du quadrilatère $DBCE$.

4) Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{ADE}$.

Partie B

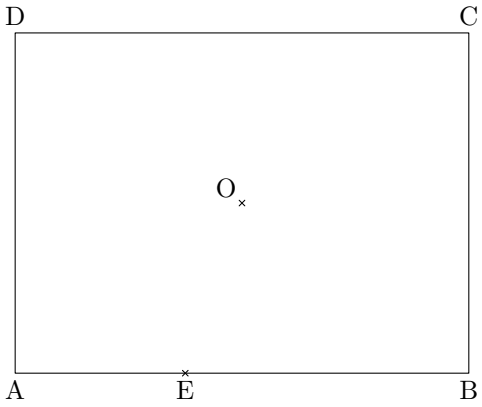
Le rayon r du trou creusé dans le sol mesure $4dm$.
La profondeur p du trou mesure $7dm$.

1) Calculer le volume V_1, exprimé en dm^3, du trou creusé pour loger un arbre. Donner la réponse sous la forme $k \times \pi$, où k est un nombre entier.

2) Le volume de la terre augmente de 25% lorsqu'on la déplace. Soit V_2 le volume, exprimé en dm^3, qu'occupera la terre déplacée. Montrer que $V_2 = 140\pi$.

3) Avec la terre déplacée, on forme un cône de volume V_2 et dont le rayon mesure $6dm$.
Calculer la hauteur de ce cône. On donnera la valeur exacte, puis une valeur approchée au décimètre près.

Lille septembre 1999



Dans ce problème, l'unité utilisée est le centimètre.
Soit $ABCD$ un rectangle de centre O tel que : $AB = 8$ et $BC = 6$ (voir figure ci-contre).
Soit E un point du segment $[AB]$ distinct de A et B.
La parallèle à (BD) passant par E coupe $[AD]$ en F.
On appelle G, le point du segment $[CD]$, symétrique de E par rapport à O, et H, le point du segment $[BC]$, symétrique de F par rapport à O.

Partie A

1) Placer les points F, G et H.

2) Démontrer que $EBGD$ est un parallélogramme.

3) Soit K le point d'intersection de la droite (EF) et de la droite (CD).
Démontrer que $BEKD$ est un parallélogramme.

4) Démontrer que D est le milieu de $[GK]$.

a) Que représente la droite (AD) pour le segment $[GK]$? Justifier.

b) En déduire que : $FG = FK$.

c) Démontrer que : $BD = EF + FG$.

5) **a)** Démontrer que $EFGH$ est un parallélogramme.

b) Démontrer que son périmètre est égal à $2BD$.

Partie B

On rappelle que : $AB = 8$, $BC = 6$ et on pose : $AE = x$.

1) A l'aide de la propriété de Thalès dans le triangle ABD, exprimer AF en fonction de x.

2) **a)** Sans justifier, donner la transformation permettant d'affirmer que les triangles AFE et HCG ont la même aire.

b) Démontrer que : aire(AFE) + aire$(HCG) = \dfrac{3}{4}x^2$.

c) On admet que : aire(EBH) + aire$(FDH) = \dfrac{3}{4}x^2 - 12x + 48$.

Montrer que l'aire du parallélogramme $EFGH$ est égale à : $12x - \dfrac{3}{2}x^2$.

3) Quelle est l'aire du parallélogramme $EFGH$ lorsque E est au milieu de $[AB]$?

4) **a)** Démontrer l'égalité : $24 - \dfrac{3}{2}(x-4)^2 = \dfrac{1}{2}aire(ABCD)$.

Que remarque-t-on alors pour le point E ?

Paris septembre 1999

Tracer un segment $[BC]$ de longueur $6cm$ et construire sa médiatrice (Δ).
(Δ) coupe $[BC]$ en H. Soit A un point de (Δ) tel que $HA = 4cm$.

1) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier la réponse.

2) Montrer que $AB = 5cm$.

3) Soit E le point de $[BC]$ tel que $BE = 2cm$. La droite (d) passant par E et parallèle à (Δ) coupe $[AB]$ en F.
Montrer que $\dfrac{BF}{BA} = \dfrac{2}{3}$. En déduire la valeur exacte de BF.

4) Soit I le centre du cercle circonscrit au triangle ABH.
Soit J le centre du cercle circonscrit au triangle ACH.

a) Démontrer que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

b) Calculer IJ.

5) Quelle est la nature du quadrilatère $AIHJ$? Justifier la réponse.

La Réunion septembre 1999

Dans tout le problème, l'unité utilisée est le centimètre.
On considère un triangle ABC tel que : $AB = 12$, $AC = 9$ et $BC = 15$.

Partie A

E est le point du segment $[AB]$ tel que $AE = 9$; la parallèle à la droite (BC) passant par le point E coupe le côté $[AC]$ en F.

1) Faire une figure.

2) Calculer AF, puis FE.

3) Montrer que AFE est un triangle rectangle en A.

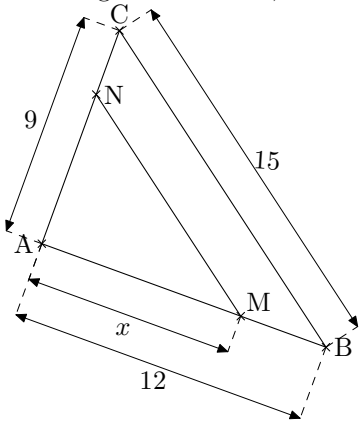
4) **a)** Quelle est la nature du triangle ACE ? Préciser la position du centre du cercle circonscrit à ce triangle.

b) Montrer que la médiatrice du segment $[CE]$ passe par A.

5) Soit I le milieu du segment $[BC]$. On appelle D le symétrique de A par rapport à I.
Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifier la réponse.

Partie B

M est un point du segment $[AB]$; on désigne par x la longueur AM.
La parallèle à la droite (BC) passant par le point M coupe le côté $[AC]$ en N.
Sur la figure ci-dessous, les dimensions ne sont pas respectées.



1) Montrer que $AN = \dfrac{3}{4}x$.

2) Montrer que $MN = \dfrac{8}{4}x$.

3) Exprimer MB en fonction de x.

4) Exprimer NC en fonction de x.

5) P_1 désigne le périmètre du triangle AMN et P_2 désigne celui du trapèze $MNCB$.

a) Calculer P_1 en fonction de x.

b) Montrer que $P_2 = 36 - \dfrac{4}{2}x$.

6) Pour quelle valeur de x a-t-on $P_1 = P_2$?

Polynésie française septembre 1999

L'unité de longueur est le mètre.

Partie A

Un triangle SAB est tel que $SA = SB = 6$ et $AB = 8$.

1) Construire ce triangle à l'échelle $\frac{1}{100}$.

2) Tracer la hauteur qui passe par le sommet S. Cette hauteur coupe le côté $[AB]$ au point I.

a) Expliquer pourquoi $IA = 4$.

b) Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{IAS}$.

c) En déduire la valeur, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{IAS}$.

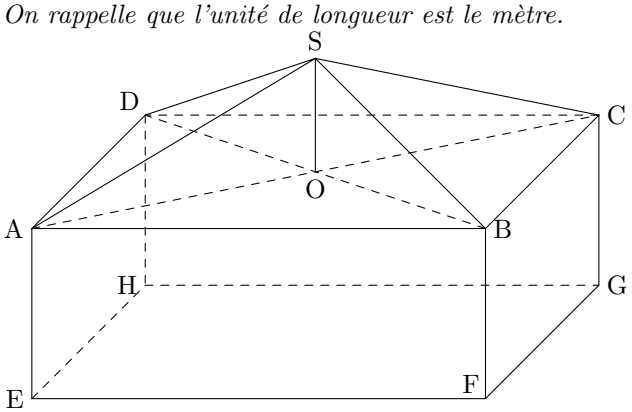
3) Le point A' est le milieu du côté $[SA]$ et le point B' est le milieu du côté $[SB]$.

a) Démontrer que les droites $(A'B')$ et (AB) sont parallèles.

b) Démontrer que $A'B' = 4$.

Partie B

On rappelle que l'unité de longueur est le mètre.



La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.
Un "fare potee" a la forme d'un parallélépipède rectangle surmonté d'un toit pyramidal.
Ce "fare potee" est représenté ci-contre par le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ et la pyramide $SABCD$ de base carrée.
$AB = 8$; $SA = 6$; $AE = 3$.

1) $ABCD$ est un carré de centre O.
Calculer AO. Donner la valeur exacte de AO sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b entiers.

2) Sachant que le triangle SOA est rectangle en O, calculer SO.

3) Pour la suite, on prendra $SO = 2$.

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule : $v = \frac{B \times h}{3}$.

Calculer le volume V_1 du parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$.

Calculer le volume V_2 de la pyramide $SABCD$.

En déduire le volume V_3 de ce "fare potee".

On donnera les valeurs arrondies au m^3.